

Sujets proposés par Marc Arcostanzo

1. Début et fin d'un carré parfait

On se donne un chiffre et on cherche si il existe un carré parfait qui se termine (resp. commence) par ce chiffre. On généralise ensuite la question en remplaçant 'chiffre' par 'suite de chiffres'. Lorsque un tel carré parfait existe, on peut se demander si il est unique ; et comment le trouver (ou comment trouver le plus petit, si il y en a plusieurs).

2. Un problème de plus court chemin

On place sur une surface deux escargots et une feuille de salade. Les deux escargots se déplacent à la même vitesse. Quels chemins doivent choisir les escargots pour arriver le plus vite possible à la salade, et lequel des deux arrivera le premier ? On peut examiner successivement le cas où : les escargots et la salade sont sur le sol (horizontal) ; les escargots sont sur le sol et la salade sur le mur (vertical) ; les escargots sont sur le sol et la salade sur la face supérieure d'un cube posé sur le sol ; les escargots sont sur une face d'un cube et la salade sur la face opposée du cube.

3. Une stratégie pour un jeu de cartes

On place n cartes, numérotées de 1 à n , face visible sur une table.

Chacun des deux joueurs enlève à tour de rôle une carte de la table, en respectant deux règles :

- a) le premier joueur prend une carte avec un numéro pair ;
- b) si un joueur prend une carte numérotée A , alors l'autre joueur doit prendre une carte numérotée B , où B est soit un multiple, soit un diviseur de A .

Le premier des deux joueurs qui n'arrive plus à prendre une carte perd.

Il s'agit de voir si le premier joueur a une stratégie qui lui permet de gagner à coup sûr, ou si au contraire le deuxième joueur gagne quelle que soit la carte choisie par le premier joueur. La réponse dépend sûrement du nombre n . On peut commencer par regarder ce qui se passe pour les petites valeurs de n (de 3 à 8), puis examiner quelques valeurs plus grandes : $n=20$, $n=40$, $n=100$.